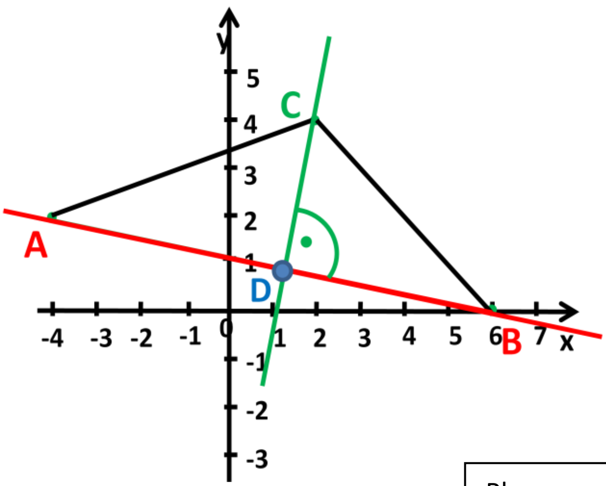
**FIGURY W UKŁADZIE WSPÓŁRZĘDNYCH**

1. W prostokątnym układzie współrzędnych dane są trzy punkty : A = ( - 4, 2 ), B = ( 6, 0 ), C = ( 2, 4 ). Obliczmy pole trójkąta ABC.




$$P = \frac{|AB| \cdot |CD|}{2}$$

Plan rozwiązania:

a) Długość odcinka AB
b) Równanie prostej AB
c) Równanie prostej CD
d) Punkt D
e) Długość odcinka CD
f) Pole trójkąta ABC

**a) Długość odcinka AB**

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{(6-(-4))^2 + (0-2)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{10^2 + 2^2}$$

$$|AB| = \sqrt{104}$$

$$|AB| = 2\sqrt{26}$$

b) **Równanie prostej AB**

$$y = ax + b$$

A = ( - 4, 2 ), B = ( 6, 0 ),

$$\begin{cases} 2 = -4a + b \\ 0 = 6a + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 = 4a - b \\ 0 = 6a + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} -2 = 10a \\ 0 = 6a + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = -\frac{1}{5} \\ b = \frac{6}{5} \end{cases}$$

$$y = -\frac{1}{5}x + \frac{6}{5}$$

c) **Równanie prostej CD**

$$y = ax + b$$

C = ( 2, 4 )

$$a \cdot \left(-\frac{1}{5}\right) = -1$$

$$a = 5$$

$$y = 5x + b$$

$$4 = 5 \cdot 2 + b$$

$$b = -6$$

$$y = 5x - 6$$

d) **Punkt D**

$$\begin{cases} y = -\frac{1}{5}x + \frac{6}{5} \\ y = 5x - 6 \end{cases}$$

$$D = \left(\frac{18}{13}, \frac{12}{13}\right)$$

e) **Długość odcinka CD.**

$$|CD| = \sqrt{(x_D - x_C)^2 + (y_D - y_C)^2}$$

$$|CD| = \sqrt{\left(\frac{18}{13} - \frac{26}{13}\right)^2 + \left(\frac{12}{13} - \frac{52}{13}\right)^2}$$

$$|CD| = \sqrt{\left(-\frac{8}{13}\right)^2 + \left(-\frac{40}{13}\right)^2}$$

$$|CD| = \sqrt{\frac{64}{169} + \frac{1600}{169}}$$

$$|CD| = \sqrt{\frac{1664}{169}}$$

$$|CD| = \frac{8\sqrt{26}}{13}$$

**f) Pole trójkąta ABC.**

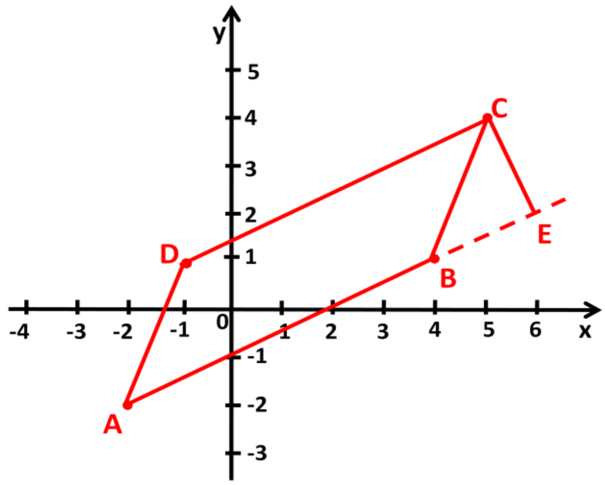
$$P = \frac{|AB| \cdot |CD|}{2}$$

$$P = \frac{2\sqrt{26} \cdot \frac{8\sqrt{26}}{13}}{2}$$

$$P = \frac{8 \cdot 26}{13}$$

$$P = 16$$

2. W prostokątnym układzie współrzędnych dane są punkty: A = (– 2, – 2), B = ( 4, 1) oraz C = (5, 4). Są to trzy kolejne wierzchołki równoległoboku ABCD. Obliczmy jego pole oraz obwód.




$$P = |AB| \cdot |CE|$$

$$\text{Obwód} = 2 \cdot |AB| + 2 \cdot |BC|$$

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{(4-(-2))^2+(1-(-2))^2}$$

$$|AB| = \sqrt{6^2+3^2}$$

$$|AB| = 3\sqrt{5}$$

$$|BC| = \sqrt{(5-4)^2+(4-1)^2}$$

$$|BC| = \sqrt{1+9}$$

$$|BC| = \sqrt{10}$$

$$|CE| = d(C, k)$$

$$d(C, k) = \frac{|Ax+By+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$$

$$\text{Obwód} = 2\cdot 3\sqrt{5} + 2\cdot\sqrt{10}$$

$$\text{Obwód} = 6\sqrt{5} + 2\sqrt{10}$$

$$k: Ax+By+C=0$$

Prosta k – prosta AB

C = ( x, y )

$y = ax + b$

$A = (-2, -2)$, $B = (4, 1)$

$$\begin{cases} -2 = -2a + b \\ 1 = 4a + b \end{cases}$$

$$\begin{cases} a = \frac{1}{2} \\ b = -1 \end{cases}$$

C (5, 4)

$$y = \frac{1}{2}x - 1$$

$$d(C, k) = \frac{\left|\frac{1}{2}\cdot 5 - 1\cdot 4 - 1\right|}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + (-1)^2}}$$

$$d(C, k) = \frac{\left|-\frac{5}{2}\right|}{\sqrt{\frac{5}{4}}}$$

$$d(C, k) = \frac{5}{\sqrt{5}}$$

$$d(C, k) = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{\sqrt{5}}{2}}$$

$$d(C, k) = \sqrt{5}$$

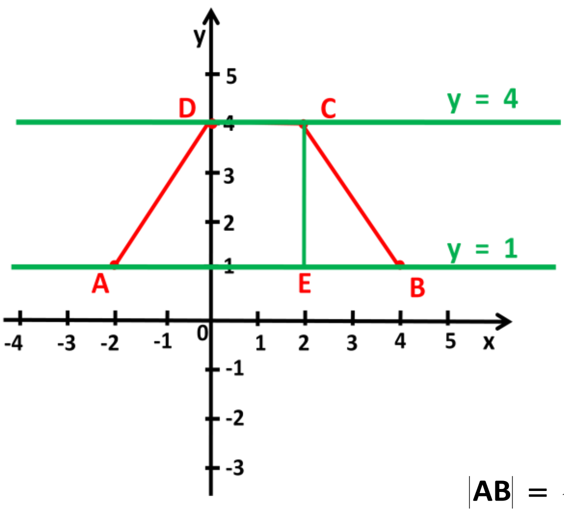
$$|CE| = \sqrt{5}$$

$$\boxed{P = |AB| \cdot |CE|}$$

$$P = 3\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}$$

$$\boxed{P = 15}$$

3. W prostokątnym układzie współrzędnych dane są punkty: A = ( - 2, 1 ), B = ( 4, 1 ) oraz C = ( 2, 4 ). Ponadto AB jest trzy razy dłuższy od odcinka CD. Obliczmy pole trapezu ABCD.




$$P = \frac{(|AB| + |CD|) \cdot |CE|}{2}$$

$$|AB| = \sqrt{(4-(-2))^2 + (1-1)^2}$$

$$|AB| = \sqrt{6^2}$$

$$|AB| = 6$$

$$|AB| = 3 \cdot |CD|$$

$$|CD| = 2$$

$$\boxed{|CE| = 3}$$

$$P = \frac{(6 + 2) \cdot 3}{2}$$