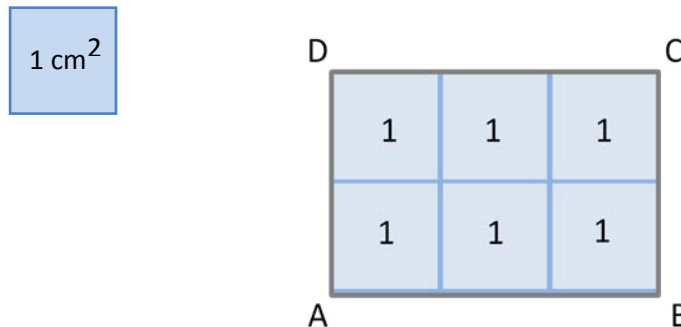


1. POLE FIGURY

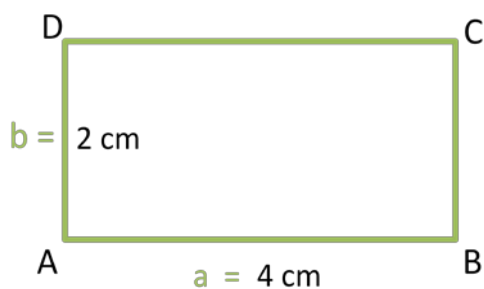
Aby wyznaczyć pole figury należy wybrać kwadrat o boku 1. Kwadrat ten, zwany kwadratem jednostkowym jest jednostką pola.



Pole jest równe liczbie kwadratów jednostkowych lub jego części mieszczących się całkowicie w mierzonej figurze. Pole powierzchni to miara, przyporządkowująca danej figurze nieujemną liczbę w pewnym sensie charakteryzującą jej rozmiar.

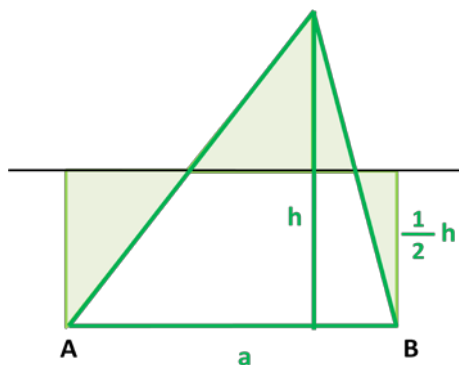
Prostokąt ABCD składa się z sześciu kwadratów jednostkowych, zatem jego pole jest równe 6 centymetrów kwadratowych. Wyznaczanie pola zgodnie z tą zasadą jest bardzo kłopotliwe i nie zawsze jest możliwe podanie dokładnej wartości. Dlatego też do obliczania pól figur stosuje się wzory.

2. POLE PROSTOKĄTA



$$\begin{aligned} \text{Pole} &= a \cdot b \\ \text{Pole} &= 4 \cdot 2 \\ \text{Pole} &= 8 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

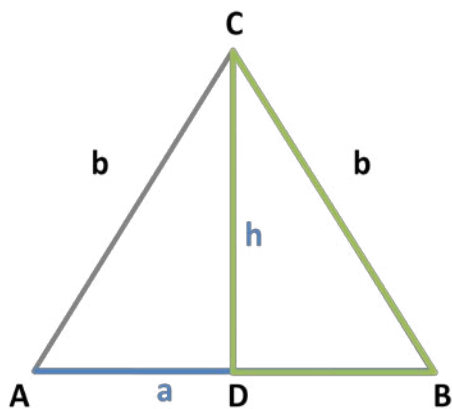
3. POLE TRÓJKĄTA



$$\text{Pole} = \frac{1}{2} a h$$

4. OBLICZ POLE I OBWÓD TRÓJKĄTA RÓWNORAMIENNEGO

wiedząc, że długość podstawy $a = 20$ cm oraz długość ramienia $b = 30$ cm.



$$P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$$

$$h^2 + \left(\frac{1}{2}a\right)^2 = b^2$$

$$h^2 + \left(\frac{1}{2} \cdot 20\right)^2 = 30^2$$

$$h^2 + 10^2 = 900$$

$$h^2 + 100 = 900$$

$$h^2 = 800$$

$$h = \sqrt{800}$$

$$h = \sqrt{400 \cdot 2}$$

$$h = 20\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot 20\sqrt{2}$$

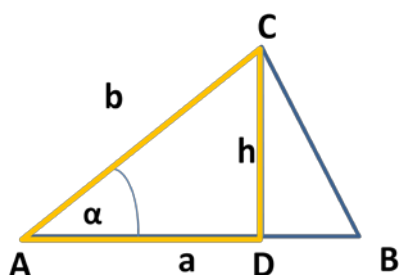
$$P = 200\sqrt{2} \text{ cm}^2$$

$$\text{Obwód} = 20 + 30 + 30$$

$$\text{Obwód} = 80 \text{ cm}$$

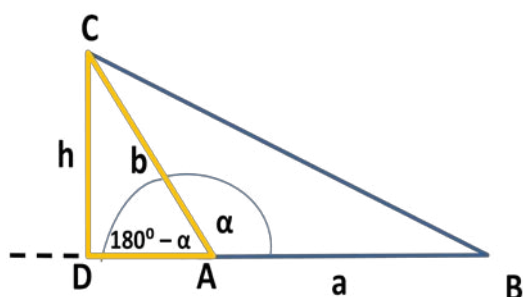
5. POLE TRÓJKĄTA,

gdzie znana jest długość dwóch boków i miara kąta między nimi.



$$P = \frac{1}{2} a b \sin \alpha$$

$$\alpha \in (0^\circ, 90^\circ)$$



$$P = \frac{1}{2} a b \sin (180^\circ - \alpha)$$

$$\alpha \in (90^\circ, 180^\circ)$$

6. OBLICZ POLE TRÓJKĄTA

o bokach długości 12 cm i 8 cm oraz kącie między nimi o mierze α .

Wykonaj obliczenia dla $\alpha = 30^\circ$ oraz $\alpha = 120^\circ$

$$\alpha = 30^\circ$$

$$P = \frac{1}{2} a b \sin \alpha$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8 \cdot \sin 30^\circ$$

$$P = 6 \cdot 8 \cdot \frac{1}{2}$$

$$P = 24 \text{ cm}^2$$

$$\alpha = 120^\circ$$

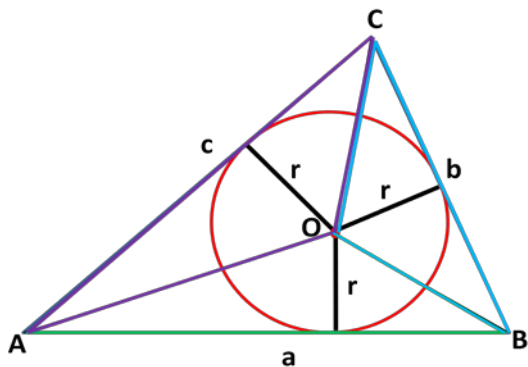
$$P = \frac{1}{2} a b \sin(180^\circ - \alpha)$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8 \cdot \sin 60^\circ$$

$$P = 6 \cdot 8 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$P = 24\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

7. ZWIĄZEK MIĘDZY POLEM TRÓJKĄTA, a promieniem okręgu wpisanego w trójkąt.



$$P_{\Delta ABC} = P_{\Delta ABO} + P_{\Delta BCO} + P_{\Delta CAO}$$

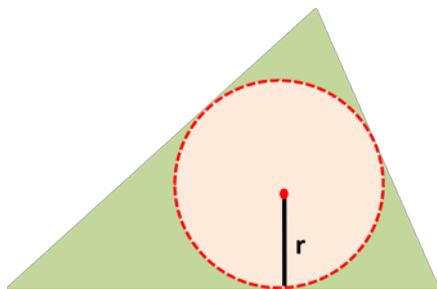
$$P_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot r + \frac{1}{2} \cdot b \cdot r + \frac{1}{2} \cdot c \cdot r$$

$$P_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot (a + b + c) \cdot r$$

$$P_{\Delta ABC} = p \cdot r$$

$$p = \frac{1}{2} \cdot (a + b + c)$$

8. OBLICZ PROMIENŃ OKRĘGU WPISANEGO W TRÓJKĄT,
którego obwód wynosi 48 m, a pole równa się 84 m²



$$P = p \cdot r$$

$$\text{Obwód} = 48 \text{ m}$$

$$p = \frac{1}{2} \cdot 48 = 24$$

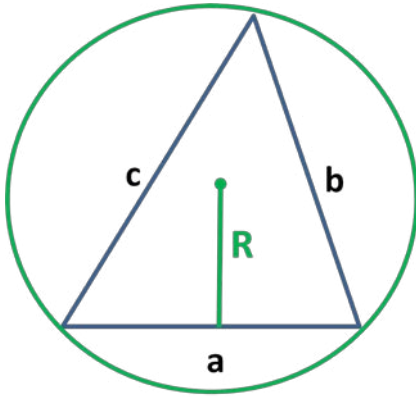
$$84 = 24 \cdot r$$

$$r = 3,5 \text{ m}$$

9. W TRÓJKĄCIE dane są długości boków:

$a = 17 \text{ cm}$, $b = 25 \text{ cm}$, $c = 28 \text{ cm}$.

Oblicz pole trójkąta oraz obwód koła opisanego na tym trójkącie.



$$P_{\Delta} = \frac{a \cdot b \cdot c}{4 \cdot R}$$

$$210 = \frac{17 \cdot 25 \cdot 28}{4 \cdot R}$$

$$210 = \frac{17 \cdot 25 \cdot 7}{R}$$

$$R = 14 \frac{1}{6} \text{ cm}$$

$$P_{\Delta} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p = \frac{a + b + c}{2}$$

$$P_{\Delta} = \sqrt{35 \cdot (35-17) \cdot (35-25) \cdot (35-28)}$$

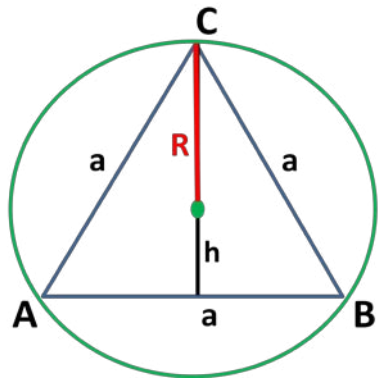
$$P_{\Delta} = \sqrt{35 \cdot 18 \cdot 10 \cdot 7}$$

$$P_{\Delta} = \sqrt{44100}$$

$$P_{\Delta} = 210 \text{ cm}^2$$

10. OBLICZ POLE I OBWÓD TRÓJKĄTA RÓWNOBOCZNEGO

wiedząc, że promień okręgu opisanego $R = 4\sqrt{3} \text{ cm}$.



$$R = \frac{2}{3}h$$

$$4\sqrt{3} = \frac{2}{3}h$$

$$12\sqrt{3} = 2h$$

$$h = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$6\sqrt{3} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$$

$$12\sqrt{3} = a\sqrt{3}$$

$$a = 12 \text{ cm}$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 6\sqrt{3}$$

$$P = 36\sqrt{3} \text{ cm}^2$$

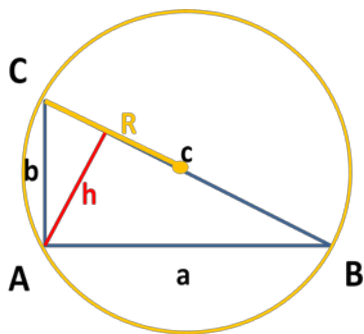
$$\text{Obwód} = 3 \cdot a$$

$$\text{Obwód} = 3 \cdot 12$$

$$\text{Obwód} = 36 \text{ cm}$$

11. W TRÓJKĄCIE PROSTOKĄTNYM

przyprostokątne mają długość 12 centymetrów oraz $\frac{1}{2}$ decymetra. Oblicz długość wysokości poprowadzonej na przeciwprostokątną oraz pole koła opisanego na tym trójkącie.



$$a = 12 \text{ cm}$$

$$b = \frac{1}{2} \text{ dm}$$

$$b = 5 \text{ cm}$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 5$$

$$P = 30 \text{ cm}^2$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot c \cdot h$$

$$30 = \frac{1}{2} \cdot 13 \cdot h$$

$$h = \frac{60}{13} \text{ cm}$$

$$a^2 + b^2 = c^2$$

$$12^2 + 5^2 = c^2$$

$$c^2 = 169$$

$$c = \sqrt{169}$$

$$c = 13 \text{ cm}$$

$$R = \frac{1}{2} \cdot c$$

$$R = \frac{13}{2} \text{ cm}$$

$$P = \pi \cdot R^2$$

$$P = \frac{169 \pi}{4} \text{ cm}^2$$